PROBLEMA PRODUTTORE

$$\begin{cases} \max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \le b_i \\ x_{ij} \ge 0 \end{cases} \quad (1)$$

PRIMALE/DUALE (7)

$$\begin{cases} \max c^T x \\ x \in P = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax \le b\} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min y^T b \\ y \in D = \{y \in \mathbb{R}^m : y^T = c^T,\ y \ge 0\} \end{cases}$$

FLUSSO MINIMO

$$\begin{cases} \min c^T x \\ Ex = b \\ l \le x \le u \end{cases}$$

$E_{p,(i,j)} = \begin{cases} -1 & p = i \text{ nodo e arco concordi} \\ 1 & p = j \text{ nodo e arco discordi} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

TRASPORTO

$$\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge d_j$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i$$

$$x \ge 0$$

CAMMINI MINIMI

equivale ad un problema di flusso minimo con bilancio nodo uguale a $-(n-1)$ ed i bilanci degli altri nodi uguali a 1

FLUSSO MASSIMO

$$\begin{cases} \max v \\ Ex = b \\ 0 \le x \le u \end{cases} \quad \text{dove } b_i = \begin{cases} -v & \text{se } i = s \\ 0 & \text{se } i \ne s,t \\ v & \text{se } i = t \end{cases}$$

e v rappresenta il flusso totale uscente dal nodo s al nodo t

ASSEGNAMENTO COSTO MINIMO

$$\begin{cases} \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \\ \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall \text{lavoro } j \\ \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \forall \text{lavoratore } i \\ x_{ij} \in \{0,1\} \end{cases}$$

POTENZIALE AI NODI ≡ DUALE FLUSSO MINIMO

$$\begin{cases} \max (b,u)^T \begin{pmatrix} \pi \\ \mu \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} E^T & I \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \pi \\ \mu \end{pmatrix} \le \begin{pmatrix} c \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \equiv \begin{cases} \max \pi^T b + \mu^T u \\ \pi^T E + \mu^T \le c^T \\ \mu \le 0 \end{cases}$$

π è il potenziale di base

DIJKSTRA (CAMMINI MINIMI)

$U := N$, $\pi_i = \begin{cases} +\infty & i \ne r \\ 0 & i = r \end{cases}$, $p_i = \begin{cases} -1 & i \ne r \\ 0 & i = r \end{cases}$

while $U \ne \emptyset$ estrai da U un nodo u con etichetta π_u minima. Per ogni arco (u,v) uscente da u: if $\pi_v > \pi_u + c_{uv}$ then $p_v := u$; $\pi_v := \pi_u + c_{uv}$

FORD-FULKERSON (FLUSSO MASSIMO)

Poni $x := 0$, $G(x) := G$

while $\exists$ cammino aumentante $\mathcal{C}$ do

calcola $\delta := \min\{r_{ij} : (i,j) \in \mathcal{C}\}$

$\forall$ arco $(i,j) \in A$:

if $(i,j) \in \mathcal{C}$ then $x_{ij} := x_{ij} + \delta$

if $(j,i) \in \mathcal{C}$ then $x_{ij} := x_{ij} - \delta$

Costruisci grafo residuo $G(x)$

EDMONDS-KARP (CAMMINO AUMENTANTE)

$p_i := \begin{cases} -1 & i \ne s \\ 0 & i = s \end{cases}$; $Q := \boxed{s}$

if $Q = \emptyset$ then STOP else estrai I elemento di Q

if $(i,t) \in A(x)$ then $p_t = i$, STOP (ho cammino aum.)

in $G(x)$ analizzo archi uscenti da i in ordine lessicog.

$\forall (i,j) \in A(x)$ if $p_j = -1$ then $p_j = i$, aggiungi j a Q

PROBLEMA PLI

$$\begin{cases} \max \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \le b_i \\ x_{ij} \in \mathbb{Z}^+ \end{cases}$$

MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

GREEDY CARICAMENTO VAR. BINARIE

for $k=1,\dots,n$ do
  if $a_k \le b$ then $x_k := 1$, $b := b - a_k$
  else $x_k := 0$

GREEDY CARICAMENTO VAR. INTERE

for $k=1,\dots,n$ do
if $a_k \le b$ then $x_k := \left\lfloor \frac{b}{a_k} \right\rfloor$, $b = b - a_k x_k$
 else $x_k := 0$

TSP ASIMMETRICO

$x_{ij} = \begin{cases} 1 & (i,j) \in C \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

con C ciclo hamiltoniano

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i\in N, i\neq j} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N$$

$$\sum_{j\in N, j\neq i} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N$$

$$\sum_{i\in S}\sum_{j\notin S} x_{ij} \ge 1 \quad \forall S \subset N, S \neq \emptyset$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A$$

TSP ASIMMETRICO RILASSATO

$$\min \sum_{i,j\in N} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{i\in N} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in N$$

$$\sum_{j\in N} x_{ij} = 1 \quad \forall i \in N$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i,j \in N$$

TSP SIMMETRICO e R-ALBERO

$$\min \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij}$$

$$\sum_{(h,i)\in A} x_{hi} + \sum_{(i,k)\in A} x_{ik} = 2 \quad (\forall i \in N)$$

Se tolgo questo vincolo ho problema r-albero costo minimo

$$\sum_{\substack{(i,j)\in A \\ i\in S, j\notin S}} x_{ij} + \sum_{\substack{(i,j)\in A \\ i\notin S, j\in S}} x_{ij} \ge 1 \quad \forall S \subset N, 1 \le |S| \le \left\lfloor \frac{N}{2} \right\rfloor$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A$$

ALG. NODO PIÙ VICINO

Sceglio nodo $i \in N$, pongo
$S_1 := i$, $N := N \setminus \{i\}$, $k := 1$
while $N \neq \emptyset$ do
  Trovo un nodo $j \in N$ con la minima distanza dal nodo S_k
  Pongo $S_{k+1} := j$, $N := N \setminus \{j\}$
  e $k := k+1$

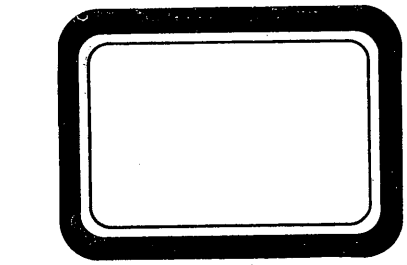
ALG. KRUSKAL (ALBERO COPERTURA COSTO MINIMO)

Siano $n = |N|$ e $m = |A|$. Ordino gli archi $a_1, \dots, a_m$ di A in ordine crescente di costo. Pongo $T := \{a_1\}$ e $k := 2$
while $|T| < n-1$ do
  if a_k non forma un ciclo con gli archi di T then
  $T := T \cup \{a_k\}$
  $k := k+1$

TEORIA

master COPY COPISTERIA 050/8312126 388/9837745

master COPY COPISTERIA
050/8312126 388/9837745





Il meglio che uno studente possa avere

Dispensa di Digital Notes (P. I: 01614670493) e Alessio Caroti. Vietata la riproduzione e la vendita fuori del sito www.appuntiunipi.it

RICERCA OPERATIVA I

I PROBLEMI DI RICERCA OPERATIVA SONO PROBLEMI DECISIONALI DI OTTIMIZZAZIONE DI UN OBIETTIVO IN PRESENZA DI RISORSE LIMITATE.

E' UN PROBLEMA DI RICERCA DI UN MAX O UN MIN DI UNA FUNZIONE (F. OBIETTIVO) RISTRETTA AD UNA REGIONE DELLO SPAZIO DEFINITA DA VINCOLI (REGIONE AMMISSIBILE).

I VARI STADI DI UN PROBLEMA DI R.O. SONO

1) RACCOLTA DEI DATI DEL PROBLEMA
2) COSTRUZIONE DI UN MODELLO MATEMATICO
   a) INTRODUZIONE DELLE VARIABILI
   b) COSTRUZIONE DELLA FUNZIONE OBIETTIVO
   c) COSTRUZIONE DEI VINCOLI
3) RICERCA DELLA SOLUZIONE OTTIMA MEDIANTE UN ALGORITMO

ALGORITMO: SEQUENZA DI ISTRUZIONI CHIARE CHE UN ESECUTORE, IN TEMPO LIMITATO, COMPIE PER OTTENERE UNA SOLUZIONE DI UN PROBLEMA

PROBLEMA DI PRODUZIONE

OBIETTIVO: MASSIMIZZARE IL GUADAGNO (C_j GUADAGNO OTTENUTO VENDENDO L'OGGETTO j)
DELLA PRODUZIONE DI m OGGETTI (COMPOSTI DA m DIVERSE MATERIE PRIME) DATA UNA MATRICE DI COMPOSIZIONE TECNOLOGICA (A) LA QUALE FORNISCE LE PROPORZIONI DI MATERIE PRIME NECESSARIE ALLA PRODUZIONE DEGLI m OGGETTI, RISPETTANDO LE DISPONIBILITÀ.

IL MODELLO È:

$$\begin{cases} \max \sum_{j=1}^{m} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{m} a_{ij} x_j \le b_i \qquad i = 1,\dots,m \\ x_j \ge 0 \qquad j = 1,\dots,m \end{cases}$$

$\Rightarrow$ SCRITTURA PIÙ COMPATTA $\Rightarrow$

$$\boxed{\begin{cases} \max cx \\ Ax \le b \end{cases}}$$

$c \in \mathbb{R}^m$
$A \in M^{m \times m}$
$b \in \mathbb{R}^m$
$x \in \mathbb{R}^m$

E' UN PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE PRIMALE STANDARD.

SE IL BENE DA PRODURRE NON È DIVISIBILE È NECESSARIO INTRODURRE IL VINCOLO DI INTEGRALITÀ $\boxed{x_j \in \mathbb{Z}}$

È LINEARE POICHÉ LA F.O. E I VINCOLI SONO LINEARI

DICESI PROBLEMA DI PROGRAMMAZIONE LINEARE (PL) UN PROBLEMA DI MINIMO O MASSIMO DI UNA FUNZIONE LINEARE SOGGETTA A VINCOLI LINEARI CON IL $\le, \ge, =$.